Equivalencia Ricardiana:

Supongamos que gob tiene senda de gasto e impuestos $(G_1,T_1),(G_2,T_2),\dots$ Sin pérdida de generalidad, asumamos $T_1=G_1,\ T_2=G_2,\dots \Rightarrow D_1=G_1-T_1=0,\ D_2=G_2-T_2=0,\dots$

De repente, gobierno decide reducir impuestos en el periodo 1: $T_1'<T_1 \Rightarrow D_1'=G_1-T_1'>0$

El nuevo perfil de ingresos del gobierno es $(T_1',T_2',\dots)$

En equilibrio: $$\sum_{t=1}^{\infty}\frac{G_t}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)}=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{T_t}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)}$$

$$=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{T_t'}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{\infty}\frac{T_t}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)}=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{T_t'}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)}$$

Problema del consumidor:

$$\max \sum_{t=1}^{\infty}\beta^{t-1}(\ln c_t+\chi\ln z_t) \quad \text{s.a.}$$

$$\sum_{t=1}^{\infty}\frac{c_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{y_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}-\sum_{t=1}^{\infty}\frac{T_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}$$

El problema del hogar no cambia con los dos perfiles de impuestos.

En Cobb-Douglas:

$$c_1^*=(1-\beta)\left(\sum_{t=1}^{\infty}\frac{y_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}-\sum_{t=1}^{\infty}\frac{T_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}\right)$$

Las decisiones óptimas de consumo **NO** cambian con los distintos esquemas de impuestos.

Qué ocurre con el ahorro del hogar?

Escenario inicial: $C_1 + b_1 = y_1 - T_1$

Si $T_1 = G_1 \Rightarrow D_1 = 0 \Rightarrow b_1 = 0$

Escenario con $T'$: $C_1 + b_1' = y_1 - T_1'$

Si $T_1' < G_1 \Rightarrow D_1 = G_1 - T_1' > 0 \Rightarrow b_1' > 0$

$$b_1' = G_1 - T_1' = \underbrace{T_1 - T_1'}_{\text{caída en recaudo en la misma suma de impuestos.}} = D_1 > 0$$

Hogares saben que gob. les va a cobrar los impuestos en el futuro ⇒ ahorran el excedente para pagarlos en el futuro.

Equivalencia Ricardiana: irrelevancia del déficit público y la deuda en la determinación del eq. macroeconómico.

Equivalencia Ricardiana surge en un modelo:

1. De intercambio puro
2. Impuestos no generan distorsiones
3. No hay fricciones financieras.

Sostenibilidad fiscal y endogeneidad de las tasas impositivas:

Qué relación debe haber entre el gasto público y las tasas impositivas para que la política fiscal sea sostenible? Es decir, para que el gobierno satisfaga su restricción intertemporal?

• Supongamos que el gasto público es una fracción $g_t$ del ingreso:

$$G_t = g_t y_t.$$

• Si presupuesto del gobierno es balanceado cada periodo:

$$\tau_t^y = g_t$$

• Con impuestos al consumo:

$$\tau_t^c = \frac{g_t}{1-g_t}$$

## Impuesto al ingreso:

Si presupuesto del gobierno no es balanceado periodo a periodo, cómo debe ser la tasa de impuestos?

$$T_t = \tau_t^y ( y_t + r_{t-1} b_{t-1}^p )$$

con agente representativo: $b_{t-1}^p = 0$ en eq.

$$\Rightarrow T_t = \tau_t^y y_t$$

Restricción presup. intertemporal del gobierno:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{G_t}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{T_t}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)}$$

$g_t y_t$ $\qquad$ $\tau_t y_t$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(\tau_t - g_t) y_t}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)} = 0$$

$$\tilde{r}_t = r_t(1-\tau_t^y)$$

En eq: $(1+r_t^g) = (1+\tilde{r}_t)$

$$(1+\tilde{r}_t) = \frac{y_{t+1}(1-g_{t+1})}{\beta y_t (1-g_t)}$$

$$(1+\tilde{r}_1)(1+\tilde{r}_2)\cdots(1+\tilde{r}_t) = \frac{\cancel{y_2}\cancel{(1-g_2)}}{\beta y_1(1-g_1)} \cdot \frac{\cancel{y_3}\cancel{(1-g_3)}}{\beta \cancel{y_2}\cancel{(1-g_2)}} \cdots \frac{y_{t+1}(1-g_{t+1})}{\beta \cancel{y_t}\cancel{(1-g_t)}}$$

$$(1+\tilde{r}_1)(1+\tilde{r}_2)\cdots(1+\tilde{r}_t) = \frac{y_{t+1}(1-g_{t+1})}{\beta^{t-1} y_1(1-g_1)}$$

$$\frac{y_t}{(1+\tilde{r}_1)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})} = \beta^{t-1}\frac{y_1(1-g_1)}{1-g_t}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{\infty} \cancel{y_1(1-g_1)}\, \beta^{t-1}\frac{(\tau_t^y - g_t)}{1-g_t} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}\frac{(\tau_t^y - g_t)}{1-g_t} = 0} \qquad (*)$$

Ej: supongamos que $g_t = g \ \forall t$.

- Inicialmente, gobierno opera con presupuesto balanceado: $\boxed{\tau_t^y = g}$.
- Supongamos que gobierno decide eliminar su impuesto de renta en $t=1$ sin modificar su gasto. A partir de $t=2$, gob. fija tasa de impuestos $\tau_t^y = \tau'$. $t \geq 2$.

Qué tasa $\tau'$ satisface restricción del gobierno?

$$\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}\frac{\tau_t^y}{1-g} - \underbrace{\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}\frac{g}{1-g}}_{\frac{g}{(1-g)(1-\beta)}} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \frac{\tau_t y}{\cancel{1-g}} = \frac{g}{\cancel{(1-g)}(1-\beta)}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \tau_t y = \frac{g}{1-\beta}$$

$$0 + \beta\tau' + \beta^2\tau' + \beta^3\tau' + \dots = \frac{g}{1-\beta}$$

$$\beta\underbrace{\left(\tau' + \beta\tau' + \beta^2\tau' + \dots\right)}_{\sum_{t=1}^{\infty}\beta^{t-1}\tau' = \frac{\tau'}{1-\beta}} = \frac{g}{1-\beta}$$

$$\Rightarrow \beta\frac{\tau'}{\cancel{1-\beta}} = \frac{g}{\cancel{1-\beta}} \Rightarrow \boxed{\tau' = \frac{g}{\beta}}$$

¿Cómo evoluciona la deuda?

$$\tau_1 y = 0 \Rightarrow D_1 = g y_1$$

En $t=2$: $D_2 - D_1 = G_2 + r_1 D_1 - T_2$

$$\Rightarrow D_2 = g y_2 + (1+r_1)\, g y_1 - \frac{g}{\beta} y_2$$

En eq: $(1+r_1) = \frac{y_2(1-g)}{\beta y_1 (1-g)} = \frac{y_2}{\beta y_1}$

$$D_2 = g y_2 + \underbrace{\left(\frac{y_2}{\cancel{\beta y_1}}\right) \cdot g \cancel{y_1}}_{\frac{y_2 g}{\beta}} - \cancel{\frac{g}{\beta} y_2} = g y_2$$

- Deuda del gobierno es igual al gasto público en el mismo periodo.
- El recaudo se dedica exclusivamente para pagar la deuda del periodo anterior.
- Restricción de NO ponzi se cumple:

$$\lim_{T\to\infty} g \frac{y_t}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)} = \lim_{T\to\infty} \beta^{t-1} g\, y_t = 0$$

Impuesto al consumo:

$C_t = y_t - G_t = (1-g_t)\,y_t$

Recaudo de equilibrio: $T_t = \tau_t^c C_t = \tau_t^c y_t (1-g_t)$

Restricción intertemporal:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{(\tau_t^c(1-g_t) - g_t)\,y_t}{(1+r_1^g)\cdots(1+r_{t-1}^g)} = 0$$

$$1+r_t^g = 1+r_t^* = \frac{C_{t+1}(1+\tau_{t+1}^c)}{\beta C_t (1+\tau_t^c)} = \frac{y_{t+1}(1-g_{t+1})(1+\tau_{t+1}^c)}{\beta y_t (1-g_t)(1+\tau_t^c)}$$

$$(1+r_1^*)\cdots(1+r_{t-1}^*) = \frac{y_t(1-g_t)(1+\tau_t^c)}{\beta y_1 (1-g_1)(1+\tau_1^c)}$$

$$\Rightarrow \frac{y_t}{(1+r_1^*)\cdots(1+r_{t-1}^*)} = \beta^{t-1} y_1 \frac{(1-g_1)(1+\tau_1^c)}{(1-g_t)(1+\tau_t^c)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \frac{\tau_t^c(1-g_t) - g_t}{(1+\tau_t^c)(1-g_t)} = 0}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \frac{\tau_t^c}{(1+\tau_t^c)(1-g_t)} = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \frac{g_t}{1-g_t}$$

Ej: · supongamos que $g_t = g \quad \forall t$.

· $\tau_1^c = 0$, $\tau_t^c = \tau' \quad t \geq 2$.

Cuál debe ser $\tau'$?

$$\frac{1}{1-g} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \frac{\tau_t^c}{1+\tau_t^c} = \frac{g}{1-g} \cdot \frac{1}{1-\beta}$$

$$\frac{1}{\cancel{1-g}} \left( 0 + \beta \frac{\tau'}{1+\tau'} + \beta^2 \frac{\tau'}{1+\tau'} + \dots \right) = \frac{g}{\cancel{1-g}} \frac{1}{1-\beta}$$

$$\Rightarrow \frac{\beta}{\cancel{1-\beta}} \frac{\tau'}{1+\tau'} = \frac{g}{\cancel{1-\beta}} \quad \Rightarrow \frac{\tau'}{1+\tau'} = g/\beta \quad \Rightarrow \tau' = (g/\beta)(1+\tau')$$

$$= (g/\beta) + (g/\beta)\tau'$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau' = \frac{g/\beta}{1-g/\beta} = \frac{(1+\rho)g}{1-(1+\rho)g}}$$

$$\tau' - (g/\beta)\tau' = g/\beta$$

$$(1-g/\beta)\tau' = g/\beta$$

$$\Rightarrow \tau' = \frac{g/\beta}{1-g/\beta}$$

Evolución de la deuda:

$$D_1 = G_1 = g y_1$$

En $t=2$: $D_2 - D_1 = G_2 + r_1^g D_1 - T_2$

$$\vdots$$

$$D_2 = G_2(1+\tau')$$

$$\vdots$$

$$D_t = G_t(1+\tau')$$

## Dinero en el modelo de intercambio:

- Dinero tiene 2 funciones: ① unidad de cuenta
  ② medio de cambio.

- Consumidores utilizan dinero para comprar el bien de consumo.
- Hasta ahora la unidad de cuenta era el bien de consumo y los precios los expresábamos en unidades del bien "numerario".
- $r_t$: cantidad de bienes que el individuo recibía en $t+1$ por cada unidad de bien ahorrado en $t$. tasa REAL de interés.

- $P_t$: precio del bien de consumo en $t$ en términos de dinero en ese mismo periodo. → precio relativo entre 2 bienes: ① bien de consumo ② Dinero
- Nuestro análisis va a estudiar cómo se determinan estos precios y cómo evolucionan en el tiempo.

- Necesitamos una teoría de oferta y demanda del nuevo bien: $\boxed{\text{dinero}}$

- Oferta de dinero: es determinada de manera exógena por el gobierno (banco central).

- Asumimos que "dinero" son monedas y billetes.

- Política monetaria define la evolución de la oferta monetaria en el tiempo con algún propósito específico.

- Demanda por dinero viene dada por demanda de bienes por parte del hogar.

- Dinero <u>NO</u> genera utilidad.

- Variables reales: se refieren a cantidades de bienes o razones de cambio entre bienes: $c_t$, $y_t$, $h_t$, $l_t$, $r_t$

- Variables nominales: aquellas expresadas en términos de dinero.

  $P_t$ : precio del bien de consumo en unidades de dinero.

  $P_t y_t$ : valor total dotaciones

  $P_t c_t$ : valor total del consumo.

- $P_t$ : nivel general de precios.

- $\hat{P}_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \longrightarrow$ tasa de inflación.

$$1 + \hat{P}_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

- $R_t$ : tasa de interés nominal: la cantidad de dinero que se recibe en $t+1$ por ahorrar una unidad de dinero en $t$.

$\frac{1}{1+R_t}$ : cantidad de dinero que se debe ahorrar en $t$ para recibir una unidad de dinero en $t+1$.

$\frac{1}{1+r_t}$ vs $\frac{1}{1+R_t}$

Precio relativo de 1 unidad de consumo en $t+1$ en términos de consumo en $t$.

Precio relativo de 1 unidad de dinero en $t+1$ en términos de dinero en $t$.

Cuál es la relación entre $r_t$ y $R_t$?

- Supongamos que el individuo quiere ahorrar 1 unidad de consumo en $t$.
  - Puede ahorrar en bonos reales: recibe $1+r_t$ en $t+1$.
  - Puede ahorrar en bonos nominales:
    1. Debe convertir ese bien de consumo en $t$ en dinero. Es decir, recibe $P_t$ por esa unidad.
    2. Ese dinero $P_t$ lo invierte en bonos nominales: recibe $(1+R_t)P_t$ en $t+1$.
    3. Con $(1+R_t)P_t$ compra unidades de consumo: $(1+R_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}$

Retorno de bonos reales: $1+r_t$

Retorno de bonos nominales: $(1+R_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}$

En equilibrio: $\underbrace{1+r_t = (1+R_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}}_{\text{relación entre tasas de interés reales y nominales}} \longrightarrow$ no arbitraje.

$\frac{P_t}{P_{t-1}} = 1+\hat{P}_t \longleftarrow$ tasa de inflación

$\Rightarrow \quad 1+r_t = \frac{1+R_t}{1+\hat{P}_{t+1}} \quad \Leftrightarrow \quad 1+R_t = (1+r_t)(1+\hat{P}_{t+1})$

$\text{Log}(1+x) \approx x$ para $x$ pequeños.

$\Rightarrow \log(1+R_t) = \text{Log}(1+r_t) + \text{Log}(1+\hat{P}_{t+1})$

$$\boxed{R_t \approx r_t + \hat{P}_{t+1}}$$

$R_t, r_t$ : tasas de interés pactadas en $t$

$\hat{P}_{t+1}$ : inflación entre $t$ y $t+1$.

## Oferta monetaria:

- Supongamos que la autoridad monetaria determina de forma exógena oferta de dinero: $M_t^S$ $\quad M_1^S, M_2^S, M_3^S, \ldots$

  └ variable nominal

- Gobierno solamente provee dinero y no cobra impuestos ni produce bienes.

- Cambios en la cantidad de dinero se implementan como transferencias de suma fija.

- Oferta real de dinero: $z_t^S = \dfrac{M_t^S}{P_t}$ → variable real.

  └ oferta de dinero en términos de su poder de compra.

- Emisión de dinero: $\epsilon P_t = M_t^S - M_{t-1}^S$

  └ puede ser (+) o (−).

## Demanda monetaria: Problema del hogar con restricciones de liquidez:

Modelo "cash-in-advance".

Problema del hogar:

- Preferencias: $\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \ln C_t$.

- Cada periodo $t$ se subdivide en 2 periodos:
  - $AM_t$ : acude a mercado de activos (assets market)
  - $PM_t$ : acude a mercado de productos (products market).

- Hogares llegan a $AM_t$ con una cantidad de dinero nominal y deciden:
  - cantidad de bonos (ahorro) que desean comprar para el siguiente periodo
  - Cantidad de dinero que quiere dejar para consumir en $PM_t$. Si no lo gasta todo en $PM_t$, lo guarda por debajo del colchón hasta $t+1$ y no recibe rendimiento.

- Hogar llega a $PM_t$ y se separa:
  - individuo 1 recibe la dotación $y_t$ y la vende en el mercado
  - Individuo 2 compra los bienes de consumo con el dinero de $AM_t$.

- Cuando se acaba $PM_t$, individuos se encuentran y consumen.

- Restricción del hogar en $AM_t$:

$$\underbrace{B_t}_{\text{bonos}} + \underbrace{M_t^d}_{\text{dinero}} = \underbrace{P_{t-1}\, y_{t-1}}_{\substack{\text{valor nominal de}\\ \text{las ventas del}\\ \text{individuo 1}\\ \text{en } PM_{t-1}}} + \underbrace{\left(M_{t-1}^d - P_{t-1} c_{t-1}\right)}_{\substack{\text{lo que le sobra al}\\ \text{individuo 2 en}\\ \text{compras en } PM_{t-1}}} + \underbrace{(1+R_{t-1})B_{t-1}}_{\substack{\text{intereses del}\\ \text{ahorro de}\\ AM_{t-1}}} + \underbrace{\Omega_t}_{\substack{\text{transf.}\\ \text{del}\\ \text{gobierno.}}}$$